NOTICE

SUR LES

TRAVAUX SCIENTIFIQUES

DE

M. ALFRED POTIER,

INGÉNIEUR EN CHEF DES MINES,

PROFESSEUR DE PHYSIQUE A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS ET FILS, IMPRIMEURS-LIBRAIRES

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

Quai des Grands-Augustins, 55.

1891

TABLE DES MATIÈRES.

OPTIQUE.

ÉLECTRO-OPTIQUE.

ÉLECTRICITÉ.

THERMODYNAMIQUE.

TRAVAUX DIVERS.

NOTICE

SUR LES

TRAVAUX SCIENTIFIQUES

DE

M. Alfred POTIER,

INGÉNIEUR EN CHEF DES MINES,
PROFESSEUR DE PHYSIQUE A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

1856. Licencié ès Sciences mathématiques.

1857. Élève à l'École Polytechnique.

1859. Élève Ingénieur des mines.

1867. Répétiteur de Physique à l'École Polytechnique.

1867. Professeur de Physique à l'École des Mines.

1881. Professeur de Physique à l'École Polytechnique.

1881. Membre du Congrès international des Électriciens et de la Commission chargée du choix d'un système international d'unités électriques.

Rapporteur du Jury des récompenses à l'Exposition d'Électricité (Section des machines dynamo-électriques).

1883. Délégué du Ministère de l'Instruction publique à l'Exposition internationale d'Électricité de Vienne.

1884. Président de la Société de Physique.

1889. Rapporteur du Jury des récompenses à l'Exposition internationale de 1889 (Classe 62, Électricité).

1889. Présenté en première ligne, *ex æquo* avec M. H. Becquerel, comme candidat à la place laissée vacante par la nomination de M. Berthelot comme Secrétaire perpétuel.

ANALYSE DES TRAVAUX

DE

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE ET EXPÉRIMENTALE.

OPTIQUE.

Les recherches mathématiques et expérimentales relatives à l'Optique, dont l'exposé suit, ont toutes été inspirées par la même pensée. Telle qu'elle nous a été laissée par Fresnel, la théorie des phénomènes lumineux présente des lacunes ou des contradictions apparentes qui sont signalées depuis longtemps et ont servi de base à des essais de théories différentes : c'est ainsi que Cauchy a tenté de faire jouer un rôle aux vibrations longitudinales dans la théorie de la réflexion, que Neumann et Mac Cullagh ont attribué aux vibrations des rayons polarisés une direction perpendiculaire à celle proposée par Fresnel et édifié une théorie tout à fait différente pour la réflexion.

Montrer que les théories partielles de Fresnel sont conciliables entre elles, pourvu qu'on en change légèrement la forme sans toucher aux principes, qu'on peut les fondre en une théorie générale confirmée aussi bien par les expériences modernes que par celles dues à Fresnel lui-même, tel a été mon but.

Dès que l'on accepte en principe la théorie des ondes, il faut rechercher quelles propriétés on doit supposer à l'éther pour qu'il puisse remplir le rôle qu'on lui attribue, quelles lois doivent régir ses vibrations. Il n'est plus permis d'étudier la propagation des ondes en supposant que les forces qui sollicitent une molécule d'éther peuvent s'évaluer sans tenir compte des déplacements simultanés des molécules voisines, mais on doit traiter l'éther comme un milieu vibrant. Cauchy et Lamé ont donné, dans toute la

généralité dont elles sont susceptibles, les équations différentielles auxquelles doivent satisfaire les déplacements infiniment petits d'un milieu élastique; ces équations se simplifient lorsqu'il s'agit d'un milieu isotrope et qu'on suppose, comme l'a fait Fresnel, que la vitesse de propagation des ondes longitudinales est nulle. Ainsi simplifiées, ces équations suffisent à l'explication de tous les phénomènes lumineux.

Sur les causes de la réflexion elliptique à la surface des corps transparents.

Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. LXXV, p. 617; t. CVIII, p. 599.
Comptes rendus des sessions de l'Association française pour l'avancement des Sciences, 1872; t. I, p. 308 (session de Bordeaux).

Les formules par lesquelles Cauchy a représenté les amplitudes et les différences de phase des rayons réfléchis ou réfractés, à la surface commune de deux milieux transparents, ont été vérifiées par les expériences de M. Jamin, sauf en ce qui concerne les valeurs relatives des coefficients d'ellipticité, qui n'ont pas paru pouvoir être considérés comme la différence de deux constantes spécifiques des milieux séparés par la surface réfléchissante.

De plus, ces formules données par Cauchy ne permettent pas de prévoir l'influence de la longueur d'onde de la lumière sur l'ellipticité du rayon réfléchi, influence qui, d'après sa théorie, serait seulement de l'ordre de la dispersion.

Toutes ces difficultés disparaissent lorsque l'on admet que, dans les deux milieux, l'élasticité est la même, et que, comme Fresnel l'a proposé, la matière pondérable, participant au mouvement de l'éther, a simplement pour effet d'en augmenter la masse apparente, dans une mesure variable avec la longueur d'onde. Il est alors permis de supposer que cet effet ne se produit pas brusquement à la surface de séparation, mais que des deux côtés de celle-ci (ainsi que cela est mis en évidence par les phénomènes capillaires) la densité de l'éther fictif, qui est substitué au milieu vibrant, varie très rapidement dans une couche d'épaisseur très petite, hypothèse déjà entrevue par Fresnel lui-même.

On est donc amené à intégrer les équations différentielles de la forme ordinaire

$$\Delta_2\xi - \frac{\partial\theta}{\partial x} = \rho\,\frac{\partial^2\xi}{dt^2},$$

lorsque ρ, au lieu d'être constant, est une fonction de z, normale à la surface

de séparation, passant rapidement d'une valeur ρ_1, correspondant au milieu sur lequel a lieu la réflexion, à une valeur ρ_0, correspondant au milieu dans lequel a lieu la réflexion.

La forme la plus convenable à donner à ces intégrales est

$$\xi = \mathrm{A}\,e^{i(mx+pz-\alpha t)} + \mathrm{A}'\,e^{i(mx-pz-\alpha t)},$$

où m et α sont des constantes, tandis que p est variable et déterminé par la relation

$$p^2 + m^2 = \rho\alpha^2.$$

A et A′ sont aussi des fonctions de z, qui ne se réduisent à des constantes qu'en dehors de la couche de transition ; et, dans l'épaisseur de cette couche, on peut les assujettir à satisfaire à la relation

$$\frac{\partial \xi}{\partial z} = ip\left[\mathrm{A}\,e^{i(mx+pz-\alpha t)} - \mathrm{A}'\,e^{i(mx-pz-\alpha t)}\right],$$

sans nuire à la généralité de la solution.

Comme dans la théorie ordinaire, on est amené à traiter séparément deux cas : celui d'une vibration perpendiculaire au plan d'incidence, et celui d'une vibration parallèle à celui-ci ; mais la marche à suivre est la même ; A et A′ doivent satisfaire à deux équations du premier ordre dont l'intégration peut s'effectuer explicitement, lorsqu'on suppose que l'épaisseur de la couche de transition n'est qu'une petite fraction de la longueur d'onde, ainsi que le montre du reste l'étude des phénomènes capillaires.

Dans le premier cas, on trouve que $\mathrm{A} + \mathrm{A}'$ doit rester constant des deux côtés de la couche de transition, tandis que le produit $p(\mathrm{A} - \mathrm{A}')$ doit éprouver une variation $\mathrm{R}i(\mathrm{A} + \mathrm{A}')$. Dans cette formule, R est l'intégrale

$$\int z\,d\rho,$$

prise dans l'étendue de la couche de transition, de sorte que, par un choix convenable, dans l'intérieur de cette couche du plan origine, qu'on peut appeler plan de séparation optique des deux milieux, cette intégrale est nulle, et l'on peut dire que, sur cette surface, les mouvements dans les deux milieux sont les mêmes, ainsi que leurs dérivées par rapport à z ; on retombe exactement sur les formules de Fresnel.

Il n'en est plus de même dans le second cas ; si l'on choisit le plan origine déterminé par la condition ci-dessus, on trouve que $\frac{p}{\rho}(\mathrm{A} - \mathrm{A}')$ doit

rester le même des deux côtés de la surface : c'est encore une des conditions de Fresnel, que l'on retrouve dans la théorie de Cauchy ; mais que $A + A'$ varie de $\frac{ip}{p}(A - A')m^2 S$, où S' dépend d'une autre intégrale

$$\int z\, d\frac{1}{\rho},$$

de sorte qu'il n'y a plus continuité entre les composantes horizontales des déplacements quand l'épaisseur de la couche de transition est appréciable; si on la néglige, on retombe sur les formules de Fresnel, qui sont ainsi démontrées sans hypothèses arbitraires.

Lorsqu'on tient compte de l'épaisseur de cette couche, ou qu'on ne néglige plus l'intégrale S, on retrouve les formules de Cauchy; les nombreuses vérifications expérimentales de Jamin s'appliquent donc aussi bien à cette théorie, qui n'introduit aucune relation nécessaire entre les coefficients d'ellipticité relatifs à trois réflexions, air sur eau, air sur verre, eau sur verre. Elle conduit de plus à des résultats nouveaux; il existe toujours dans l'intérieur de la couche mixte une surface parallèle à la surface de séparation et qui jouit, au point de vue optique, de la propriété suivante : le rayon incident, le réfléchi et le réfracté, lorsqu'ils sont polarisés dans le plan d'incidence, sont concordants sur cette surface, quelle que soit l'incidence; c'est cette surface qui, au point de vue optique, est la véritable surface de séparation des milieux, et qui détermine l'épaisseur mesurée par la méthode des anneaux colorés; cette épaisseur apparente peut varier avec la nature des milieux. De plus, elle conduit à un coefficient d'ellipticité, qui, indépendamment de la dispersion, croît en raison inverse de la longueur d'onde, tandis que, dans la théorie de Cauchy, il devrait en être indépendant.

De récentes expériences de M. Cornu ont montré que ce coefficient croissait en effet rapidement quand la longueur d'onde diminuait; cet argument est d'un grand poids en faveur d'une théorie basée sur l'existence d'une couche de transition.

Sur les changements de phase produits par la réflexion métallique.

Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. LXXV, p. 674.

Les travaux de M. Jamin, ayant fait connaître la différence de phase des rayons polarisés dans les deux azimuts principaux, ainsi que les intensités des rayons réfléchis, permettent de déduire de l'altération de la lumière

polarisée dans le plan d'incidence l'altération subie par la lumière polarisée dans le plan perpendiculaire. Pour étudier celle-ci, j'ai employé deux méthodes : la première consiste à étudier les anneaux colorés produits entre une lentille et une plaque métallique ; la seconde, à étudier les interférences de deux faisceaux ayant subi, l'un la réflexion métallique, l'autre la réflexion ordinaire ou totale sur une substance transparente.

Première méthode. — Si la plaque métallique se comportait comme une plaque vitreuse, les diamètres D des anneaux seraient liés à leur numéro d'ordre n par une relation de la forme $D^2 = an - b$, équation dans laquelle b est indépendant de l'incidence, mais est variable avec la nature du milieu compris entre la plaque et la lentille, $\frac{b}{2R}$ étant l'épaisseur optique de ce milieu au point où elle est la plus faible.

On trouve que b varie avec l'incidence ou que l'épaisseur théorique de la lame mince, calculée par le nombre des anneaux, est variable, ce qui n'est susceptible que d'une interprétation, savoir : il y a altération, variable avec l'incidence, de la phase de la lumière réfléchie ; cette altération, nulle quand l'incidence est rasante, atteint sa valeur maxima pour l'incidence normale. Elle est d'ailleurs variable aussi avec la nature du milieu constituant la lame mince et d'autant plus prononcée que celui-ci est plus réfringent. Pour l'argent, par exemple, le retard du rayon réfléchi normalement est $\frac{1}{9}$ de phase lorsque la réflexion a lieu dans l'air, de $\frac{1}{6}$ lorsqu'elle a lieu dans une essence d'indice 1,47.

Seconde méthode. — La seconde méthode a donné des résultats identiques. On a placé entre le collimateur et la lunette d'un goniomètre de Babinet un prisme isoscèle dont la base réfléchissait les rayons parallèles issus du collimateur et réfractés une première fois par l'une des faces du prisme sur l'autre face, et de là dans la lunette.

Cette base était argentée dans toute son étendue, sauf sur un petit rectangle ayant la hauteur du prisme et une largeur de $0^m,003$ à $0^m,004$, prise au milieu de la base ; on interpose dans le trajet du faisceau incident une double fente parallèle à la fente du collimateur et aux arêtes du prisme : la lumière qui éclaire la fente est polarisée avant son entrée dans l'appareil. En donnant à la double fente un mouvement de translation perpendiculaire à la direction des rayons incidents, il est facile de faire en sorte que l'un des faisceaux qui en sortent tombe sur la partie argentée et l'autre sur la partie mise à nu, et de s'arranger ensuite de manière que le faisceau qui

tombait dans une première position sur l'argent tombe sur la partie mise à nu, et inversement; à ces deux positions de la double fente correspondent au foyer de la lunette des franges d'interférence qu'on observe avec un puissant oculaire. Le déplacement de ces franges, qu'on mesure au micromètre, donne le double du retard relatif du rayon réfléchi sur l'argent et du rayon réfléchi sur l'air. On voit aisément qu'on peut substituer à l'air un liquide quelconque et, en variant l'angle du prisme et la nature du liquide, mesurer ces retards dans des conditions très variées, tant pour la réflexion ordinaire que pour la réflexion totale, comparer les retards du faisceau réfléchi par le métal avec des faisceaux réfléchis sous la même incidence par l'air ou un liquide, et vérifier la formule que Fresnel a donnée pour la perte de phase par réflexion totale, formule qui n'a pas encore été, à ma connaissance, l'objet d'une vérification expérimentale directe.

La concordance des résultats obtenus par les deux méthodes est complètement satisfaisante.

Conséquences relatives à la mesure des petites épaisseurs. — L'existence d'un retard produit par la réflexion métallique sous l'incidence normale prouve qu'on ferait une erreur en estimant l'épaisseur d'une couche métallique appliquée sur une lame de verre par la différence des anneaux réfléchis par le métal d'une part, par le verre de l'autre, erreur qui, pour l'argent, atteindrait $\frac{1}{9}$ de la longueur d'onde du jaune, et ne serait par conséquent pas négligeable s'il s'agissait de lames transparentes métalliques, dont l'épaisseur n'est qu'une fraction de longueur d'onde.

De plus, ce retard dans le rayon réfléchi doit être accompagné d'une altération dans le rayon réfracté, et, quand un rayon lumineux traverse normalement une lame mince transparente d'argent, il doit subir deux fois cette altération. Or les calculs qui ont conduit aux formules ci-dessus donnent une avance de $\frac{1}{10}$ de phase, pour ces altérations superficielles, dans le cas d'une lame mince d'argent appliquée sur un crown d'indice 1,5; on doit tenir compte de cette action si l'on se propose d'estimer la vitesse de propagation de la lumière dans le métal; faute de prendre cette précaution, on trouve des indices trop faibles, et qui peuvent même être négatifs si la lame est assez mince, ainsi que cela est arrivé dans certaines expériences.

Les phénomènes auxquels donnent lieu les métaux présentent ainsi une complication beaucoup plus grande que ceux produits par les matières transparentes, puisqu'il n'existe pas de surface sur laquelle les rayons

incident et réfléchi polarisés dans le plan d'incidence soient concordants, mais seulement une surface sur laquelle ces rayons présentent les différences de phase données par la formule ci-dessus, et, si l'on applique aux métaux l'hypothèse, proposée pour les corps transparents, de la continuité de constitution de l'éther, cette surface sera à une profondeur plus ou moins grande, suivant la nature du milieu en contact avec le métal. La polarisation elliptique de la lumière réfléchie est due à deux causes : l'une énergique, le pouvoir extineteur du métal; l'autre beaucoup plus faible et dépendant de la nature du milieu dans lequel la réflexion a lieu; aussi trouve-t-on pour les constantes θ et ε d'un même métal, déterminées par les méthodes de M. Jamin, des valeurs différentes, suivant que la réflexion a lieu dans l'air, l'eau ou un autre liquide.

Cette cause accessoire, qui produit à elle seule la polarisation elliptique dans la réflexion vitreuse, ne peut être séparée expérimentalement de la cause principale, dont elle paraît seulement faire varier l'intensité.

Autres vérifications expérimentales. — J'ai montré autrement l'existence des changements de phase. Les lames minces d'oxydes métalliques que l'on produit sur l'acier notamment, en le chauffant au contact de l'air, fournissent un moyen commode de vérifier, sous l'incidence normale pour la lumière naturelle et sous une incidence quelconque pour la lumière polarisée dans le plan d'incidence, l'existence d'une altération dans la phase de la lumière réfléchie, variable avec le milieu dans lequel la réflexion a lieu.

La couleur que présente une semblable lame en un point quelconque dépend, en effet, non seulement de son épaisseur, mais des différences de phase introduites par les réflexions sur les deux surfaces qui la limitent. Or, en modifiant l'un des milieux entre lesquels se trouve comprise la lame, on modifie son épaisseur optique et la perte de phase due à la réflexion; la couleur de chaque point de la lame devra donc être modifiée, ce que l'expérience montre en effet.

Conséquences relatives à la théorie de la réflexion. — Les expériences ci-dessus décrites ont été exécutées dans le laboratoire de l'École Polytechnique et répétées devant la Société de Physique en 1872. Elles ont montré que, par le fait de la réflexion, les rayons lumineux éprouvaient un retard, dépendant de la polarisation et de l'angle d'incidence, conforme à celui qu'on peut déduire des formules de Cauchy; mais j'ai montré également que ces formules pouvaient se démontrer sans introduire de vibrations longitudinales.

Lorsqu'on accepte, en effet, l'hypothèse d'un passage graduel entre les milieux vibrants, on trouve que les équations qui régissent les mouvements de l'éther des deux côtés de la surface de séparation et dans la couche de transition ont en commun tous les termes contenant des dérivées des vibrations par rapport aux coordonnées, et il devient facile de trouver quelles sont les quantités qui ne doivent subir que des variations infiniment petites en passant d'un milieu à l'autre, sans avoir recours à d'autres principes, soit certains, comme celui des forces vives, soit plus ou moins hypothétiques, et d'établir les quatre équations fondamentales de la théorie de la réflexion.

Les quantités discontinues, ou variant très rapidement, sont isolées dans des termes qui ne contiennent pas les dérivées des variables, et n'introduisent aucune difficulté théorique; cette manière de traiter le problème de la réflexion diffère profondément de celles de Fresnel et de Neumann, aussi bien que de celle de Cauchy et même de M. Lorenz [1].

Comme résultat essentiel, cette méthode conduit à ce théorème, que, lorsqu'on néglige l'épaisseur de la couche de transition, les quatre quantités ξ, η, $\frac{d\xi}{dz} - \frac{d\zeta}{dx}$, $\frac{d\eta}{dz} - \frac{d\zeta}{dy}$ doivent être continues des deux côtés de la surface de séparation $z = 0$ des deux milieux; ce sont les composantes, parallèles à la surface de séparation, des déplacements et des rotations.

On retrouve ainsi les équations de Fresnel.

Sur la mesure directe du retard qui accompagne la réflexion des ondes lumineuses.

Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. CVIII, p. 995.

La méthode employée dans ces expériences consiste à faire tomber normalement sur une lame de verre un faisceau lumineux; la face postérieure de cette lame est partiellement recouverte de la substance réfléchissante (fuchsine ou argent) : une image de la lame est projetée sur la fente d'un spectroscope, et l'on étudie la manière dont les cannelures du spectre sont brisées le long de la ligne limitant l'image de la substance réfléchissante. Pour la fuchsine, le rejet est sensiblement nul dans le violet et dans la région ultra-violette du spectre solaire, comme l'indique la Photographie; dans la partie visible, ce rejet croît avec la longueur d'onde pour atteindre

(1) *Poggendorff's Annalen*, t. CXI, p. 460.

une demi-largeur de frange dans le rouge; ces franges sont rejetées du côté du violet, et sont plus resserrées sur la fuchsine que sur l'air. L'aspect des cannelures reste sensiblement le même quand on substitue au crown une lame de mica; mais il est complètement modifié quand la lame est d'un flint qui est plus réfringent que la fuchsine pour les deux extrémités du spectre. Le rejet, nul aux deux extrémités, passe par un maximum, d'environ un tiers de frange, entre les raies D et E, dans la région du vert.

En introduisant ces résultats dans les formules théoriques qui déterminent le coefficient d'extinction, on trouve que, pour ces radiations fortement absorbées, une épaisseur de fuchsine d'une longueur d'onde suffit pour réduire l'intensité de la lumière transmise à $\frac{1}{268000}$ de sa valeur primitive, et l'expérience vérifie, en effet, qu'une épaisseur de quelques centièmes de λ produit déjà une absorption notable.

Propagation de la lumière dans les milieux cristallins. Intégration des équations différentielles à coefficients périodiques relatives à cette question.

Comptes rendus des sessions de l'Association française pour l'avancement des Sciences, session de Bordeaux, t. I, p. 255.

Les mêmes principes s'appliquent à la propagation de la lumière dans les milieux cristallisés. Dans ceux-ci, on est obligé de supposer à l'éther une inertie moyenne apparente, variable non seulement avec la longueur d'onde, comme dans les milieux isotropes, mais aussi avec la direction de la vibration : nécessité déjà sentie et exposée par M. Cornu dans son Mémoire sur la réflexion cristalline (1). Pour expliquer cette variation, M. Boussinesq (2) a proposé de considérer l'éther comme identique à lui-même dans le vide et les milieux pondérables, mais comme subissant, outre l'action des forces résultant de sa propre élasticité, celles d'autres forces résultant de l'action de la matière pondérable, participant, dans une certaine mesure, au mouvement de l'éther : hypothèse qui revient à donner au coefficient de l'accélération, c'est-à-dire à la densité apparente de l'éther, une valeur dépendant de la longueur d'onde en général et de la direction dans les milieux non isotropes; tandis que M. Sarrau (3) a adopté l'hypothèse d'un éther isotrope ayant l'élasticité de l'éther libre, mais d'une densité

(1) *Annales de Chimie et de Physique*, 4e série, t. XI, p. 283.

(2) *Comptes rendus*, t. LXV, p. 237, et *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 2e série, t. XIII, p. 313.

(3) *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, t. XII et XIII.

variant périodiquement dans l'espace, cette densité redevenant la même dans les points correspondants des diverses mailles du réseau cristallin.

M. Sarrau cherche à former, suivant une méthode dont le principe avait été indiqué par Cauchy, les équations différentielles à coefficients constants, auxquelles doivent satisfaire les valeurs moyennes, seules appréciables à l'expérience, des déplacements. Cette méthode consiste à développer suivant des séries trigonométriques les coefficients périodiques des équations à intégrer, et les composantes des déplacements. Ces équations se décomposent alors en autant d'équations qu'il faut prendre de termes dans ces séries, c'est-à-dire en un nombre infini d'équations linéaires, équations qui ne peuvent être résolues, mais indiquent seulement la forme de la solution.

J'ai pensé qu'il y avait un certain intérêt à employer, pour l'intégration de ces équations à coefficients périodiques, une autre méthode dispensant de l'emploi de ces séries et conduisant à des formes plus explicites des coefficients auxquels doivent satisfaire les déplacements moyens, de manière à mettre en évidence la valeur des termes correspondant à la double réfraction, à la dispersion et au pouvoir rotatoire.

La méthode consiste à rechercher si les équations différentielles écrites plus haut admettent des intégrales de la forme

$$\frac{\xi}{A}=\frac{\eta}{B}=\frac{C}{\zeta}=e^{(mx+ny+pz)t},$$

dans lesquelles m, n et p sont des constantes, et A, B, C des fonctions ayant, par rapport aux coordonnées, la même périodicité que ρ; les constantes m, n, p dépendant seulement de la longueur d'onde, ou de la période du mouvement vibratoire, qu'on a toujours le droit de supposer, au moins entre certaines valeurs de la période, développables suivant les puissances de la longueur d'onde.

En m'appuyant sur un théorème analogue à celui de Green, je démontre alors que, pour une onde de direction donnée, on trouve deux vitesses de propagation, correspondant chacune à une vibration moyenne déterminée; la différence de ces vitesses contient un terme indépendant de la longueur d'onde, comme l'indique l'expérience. Quant aux vibrations propagées, elles sont rectilignes dans les milieux non mériédriques, elliptiques dans le cas le plus général, mais circulaires lorsque l'équation qui détermine le terme indépendant de la longueur d'onde dans la vitesse a ses deux racines égales, la différence de vitesse des deux circulaires inverses étant de l'ordre

du carré de l'inverse de la longueur d'onde, ce qui est conforme à l'expérience.

Dans son Cours à la Faculté des Sciences, M. Poincaré [1] a bien voulu exposer cette méthode d'intégration.

Réflexion cristalline. — Les équations différentielles qui régissent les vibrations dans les milieux cristallisés ayant encore en commun, avec les équations relatives aux milieux isotropes, tous les termes contenant les dérivées des déplacements par rapport aux coordonnées, les mêmes principes, les mêmes équations de continuité s'appliquent à la réflexion sur les cristaux et à la réflexion sur les corps isotropes ou sur les métaux, et de cette application ressort avec la dernière évidence le lien étroit qui lie la surface de l'onde et les lois de la réflexion; les formules auxquelles elles conduisent sont du reste les mêmes que celles que Mac Cullagh avait données, et qu'on peut regarder comme vérifiées expérimentalement; la manière dont ces formules se présentent permet de vérifier très simplement les deux théorèmes de *réversibilité* suivants :

Théorème I. — *Si un rayon polarisé est réfléchi sur une substance cristalline, puis éteint par un analyseur, l'extinction subsistera encore si l'on fait pénétrer la lumière par l'analyseur.*

Théorème II. — *Si un rayon polarisé est réfracté par un prisme formé d'une substance cristalline et que l'un des rayons émergents soit éteint par un analyseur, l'extinction subsistera encore en faisant pénétrer la lumière par l'analyseur.*

Ces deux théorèmes, dont le premier seul a été énoncé par M. Cornu [2] dans le Mémoire déjà cité, sont vérifiés complètement et de la manière la plus précise par l'expérience.

Sur le principe du retour des rayons et la réflexion cristalline.

Journal de Physique, 2e série, t. X, p. 391.

Cette Note contient la démonstration *in extenso* des deux théorèmes ci-dessus, et en même temps une généralisation de ceux-ci; lorsque le pola-

(1) *Théorie mathématique de la lumière*, p. 258; 1889.
(2) *Loc. cit.*, p. 349.

riseur et l'analyseur, au lieu d'être à l'extinction, sont dans une orientation quelconque, la fraction de la lumière incidente qu'on retrouve dans la lumière émergente est indépendante du sens dans lequel la lumière passe dans l'appareil.

On montre que ce principe ainsi généralisé de la réversibilité s'applique lorsque la lumière a subi des réfractions ou des réflexions quelconques, pourvu que les corps réfléchissants ou réfringents ne soient pas soumis à des forces magnétiques.

Sur les anneaux colorés et les couleurs des lames minces.

Journal de Physique, 1re série, t. I, p. 377.

La théorie dite *complète* des anneaux colorés a été donnée par Sir Airy et est reproduite sous la même forme dans les Traités classiques. On considère des rayons ayant été réfléchis successivement une, deux, trois ..., n fois dans la lame mince, et l'on cherche l'effet de la superposition de tous ces rayons, en nombre infini. Ces calculs sont singulièrement abrégés, si l'on cherche, en partant des formules de Fresnel, ou même encore de celles qui expriment les conditions de coexistence de deux mouvements vibratoires dans deux milieux juxtaposés, quelles relations doivent exister entre les mouvements des ondes incidentes et réfléchies sur la face supérieure de la lame mince, pour que les deux ondes à l'intérieur de cette lame puissent coexister avec une onde réfractée unique dans le milieu inférieur : on trouve immédiatement les amplitudes et les différences de phases données par les formules d'Airy. Le cas de la réflexion totale se traite de la même manière.

Une simplification analogue se présente dans l'étude de l'action d'une lame mince cristalline sur la lumière polarisée.

De l'entraînement des ondes lumineuses par la matière en mouvement.

Journal de Physique, t. III, p. 201; t. V, p. 105.

Arago avait annoncé que la réfraction apparente des rayons lumineux provenant d'une étoile, et déviés par leur passage à travers un prisme, restait la même quel que fût le sens du mouvement de la Terre. Pour l'expliquer, dans la théorie des ondulations, Fresnel admit que la vitesse

d'entraînement des ondes lumineuses était seulement la fraction $\frac{n^2-1}{n^2}$ de la vitesse de la matière pondérable, et M. Fizeau démontra directement plus tard qu'il en était bien ainsi.

L'étude des modifications que le mouvement de la Terre pouvait apporter aux lois de la réflexion, de la réfraction et aux phénomènes d'interférence est considérée comme des plus délicates. En modifiant, non le fond, mais la forme de la formule de Fresnel, j'ai montré que le temps employé par la lumière pour parcourir un espace donné n'était altéré, par le fait du ou des milieux, que d'une quantité indépendante de la nature de ces milieux, du chemin parcouru par la lumière, et même de la longueur d'onde de cette lumière, et déterminée par le point de départ et le point d'arrivée de la lumière, ainsi que par la vitesse du milieu, et que par suite le mouvement de la Terre ne pouvait être mis en évidence par un phénomène d'interférences, ce qui expliquait les résultats négatifs obtenus par M. Mascart, malgré la précision des expériences et la puissance des moyens mis en œuvre.

On sait de plus que les rayons lumineux, dans la théorie des ondulations, sont définis par cette condition que le temps mis par la lumière à se propager d'un point à un autre du rayon soit un minimum; l'influence du mouvement de la matière pondérable sur la forme des rayons doit donc être nulle, puisque le temps employé par la lumière pour se propager d'un point à un autre est affecté d'une quantité indépendante du chemin suivi. L'expérience vérifie encore complètement cette conséquence de la formule de Fresnel.

Mais plus sont précises ces vérifications expérimentales, plus est sensible l'insuffisance de la démonstration de Fresnel, même modifiée par M. Eisenlohr. Pour rendre compte des expériences de M. Mascart sur le spath d'Islande, par exemple, on serait obligé d'admettre que la vitesse d'entraînement de l'éther condensé dans le spath est différente suivant que l'on considère le rayon ordinaire ou le rayon extraordinaire; on serait encore obligé d'admettre autant de vitesses différentes que de couleurs différentes.

J'ai montré que ces hypothèses contradictoires étaient inutiles, et donné de la formule de Fresnel une démonstration élémentaire, fondée sur le principe déjà mentionné de l'identité des réactions élastiques de l'éther libre et dans les corps transparents.

Lorsque la matière pondérable a un mouvement relatif par rapport à

l'éther, la période τ_1 de son mouvement ne coïncide plus avec celle τ de l'éther, mais il y a entre les deux la relation

$$\frac{1}{\tau_1} = \frac{1}{\tau} - \frac{u}{\lambda} = \frac{1}{\tau}\left(1 - \frac{u}{V_1}\right),$$

en désignant par u la vitesse relative et par λ la longueur d'onde.

La force d'inertie correspondant à un déplacement ξ est, dans un mouvement périodique, égale à $\frac{4\pi^2}{\tau_1^2}\xi$; puisque la période est altérée dans le rapport de τ_1 à τ pour la matière, le résultat est le même que si sa masse était altérée dans le rapport de τ^2 à τ_1^2. Si ρ_0 est la densité de l'éther, et ρ_1 la densité de l'éther fictif qu'il faut lui ajouter pour exprimer la participation de la matière à ce mouvement, pour une longueur d'onde et une direction donnée de vibration, lorsque le mouvement relatif est nul, $\rho_1 \frac{\tau^2}{\tau_1^2}$ sera la densité de cet éther fictif pour la vitesse u; et, comme les vitesses sont en raison inverse des racines carrées des densités, on aura, en appelant V_0 la vitesse dans le vide, V_1 la vitesse dans le milieu pondérable au repos, $V_1 + \Delta V$ la vitesse (dans l'éther) quand le milieu est en mouvement, les relations

$$\frac{V_0^2}{\rho} = \frac{V_1^2}{\rho + \rho_1} = \frac{(V_1 + \Delta V)^2}{\rho + \rho_1\left(1 - \frac{u}{V_1}\right)^2},$$

d'où l'on déduit $\Delta V = -\frac{u}{n^2}$, ou la règle donnée par Fresnel.

Sur le principe d'Huygens.

Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. CXII, p. 291.

Poisson a donné le moyen de déduire l'état d'un milieu isotrope, ne contenant pas de centres d'ébranlement de son état à une époque antérieure. Dans le cas de mouvements vibratoires sinusoïdaux, von Helmholtz et Kirchhoff ont indiqué des formules qui permettent de déterminer le mouvement d'un point quelconque de l'état vibratoire d'une couche infiniment mince qui l'enveloppe. Ces deux problèmes sont des cas particuliers de la question suivante :

Rechercher comment doivent être distribuées, sur une surface enveloppant tous les centres d'ébranlement, les sources fictives qui leur seront équivalentes pour

les points extérieurs à cette surface, ainsi que la nature du mouvement que produirait isolément chacune de ces sources.

La solution de ce problème général est donnée, et il en résulte, en particulier, que le principe d'Huygens s'applique aussi bien aux ondes uniques qu'aux mouvements périodiques, ce qui avait été mis en doute.

ÉLECTRO-OPTIQUE.

Vérification de la loi de Verdet (en commun avec M. Cornu).

Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. CII, p. 385.
Journal de Physique, t. V, p. 197.

De la loi de Verdet, on déduit la conséquence suivante : la surface de l'onde, dans un milieu doué du pouvoir rotatoire magnétique, se compose de deux sphères se coupant sous un angle proportionnel à ce pouvoir rotatoire; par suite, des rayons perpendiculaires à la force magnétique, et non polarisés circulairement, doivent se bifurquer par réfraction; mais Verdet, dans les expériences à la suite desquelles il a annoncé que le pouvoir rotatoire était proportionnel à la composante de la force magnétique suivant la direction des rayons lumineux, n'a pas examiné le cas où l'angle de la force magnétique et de ces rayons était supérieur à 75°, et c'est précisément de la loi que suit le phénomène pour des angles voisins de 90° que dépend la double réfraction spéciale signalée par M. Cornu (1); l'exactitude rigoureuse de la loi de Verdet ayant été mise en doute (2), il y avait intérêt à reprendre ses expériences dans ces conditions particulières, conditions qui rendent l'étude du phénomène plus délicate, parce que la composante efficace de la force est très faible. Il est donc nécessaire d'employer des champs magnétiques intenses, substance douée d'un pouvoir rotatoire énergique, et sous une grande épaisseur; enfin, il

(1) *Journal de Physique*, t. IV, p. 247.
(2) Dr E. Von Fleischl, *Sitzungsberichte der K. K. Ak. der Wissenchaften*, XC Band, December Heft, 1884.

est important que le champ magnétique soit aussi uniforme que possible.

La trempe du flint est un obstacle à son emploi. Parmi les liquides essayés, et choisis parmi les plus réfringents, la solution de biiodure de mercure dans l'iodure de potassium, connue des minéralogistes sous le nom de *liqueur de Thoulet*, est celle qui a montré le pouvoir rotatoire le plus énergique; ce pouvoir, qui peut atteindre dix fois celui de l'eau, est plus élevé que celui des flints les plus lourds; la forte coloration du liquide n'est pas un obstacle à son emploi, des observations précises ne pouvant être faites qu'au moyen du polarimètre à pénombres et de la lumière monochromatique du sodium, pour laquelle le liquide est suffisamment transparent.

Le champ magnétique, qui devait être intense et occuper un grand volume, a été obtenu au moyen de deux électro-aimants d'une forme spéciale, placés en regard l'un de l'autre et maintenus à distance fixe par des fers doux qui *fermaient* en même temps l'électro-aimant. Cette fermeture très efficace augmentait de 6 à 10 la force magnétique obtenue par un même courant excitateur.

Avec ces dispositions, on a pu rendre sensible la rotation du plan de polarisation pour des rayons dont la direction ne s'écartait que de 15′ de la perpendiculaire à la direction de la force magnétique; on a pu vérifier ainsi que le rapport de la rotation au sinus de l'angle d'écart tendait bien vers une limite finie quand cet angle tendait vers zéro, ce qui a pour conséquence que les deux nappes de la surface d'onde se coupent sous un angle fini, condition nécessaire et suffisante pour que la double réfraction des rayons ait lieu dans une direction perpendiculaire à la force magnétique, ce qui était l'objet principal de notre travail; de plus, la proportionnalité du pouvoir rotatoire à ce sinus a été vérifiée à moins de 2 pour 100 près, et l'étude du champ magnétique a montré encore que ce léger écart devait être attribué à un défaut d'uniformité dans le champ magnétique, qui n'aurait pu être évité qu'avec des appareils beaucoup plus volumineux et une puissance mécanique supérieure à celle dont nous disposions. La loi de Verdet est donc vérifiée complètement.

Relation entre le pouvoir rotatoire magnétique et l'entraînement des ondes lumineuses par la matière pondérable.

Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. CVIII, p. 510.

Pour expliquer, dans la théorie des ondulations, le pouvoir rotatoire magnétique, il faut admettre que les lois de l'élasticité de l'éther sont mo-

difiées par l'état magnétique du milieu dans lequel le mouvement lumineux se propage, ou que cet état détermine la production des forces nouvelles s'ajoutant à la force élastique de l'éther.

Sir G.-B. Airy (¹) a donné la forme des équations différentielles auxquelles devaient satisfaire les déplacements de l'éther et, par suite, la valeur de ces forces nouvelles, sans se prononcer sur leur origine.

Maxwell (²) invoque l'existence, dans le milieu soumis à la force magnétique, de tourbillons (*vortices*) dont le mouvement doit se combiner avec le mouvement lumineux, et, après une série d'hypothèses sur la nature des tourbillons et la manière dont ils sont affectés par le mouvement lumineux, arrive aux équations différentielles voulues; il déclare lui-même cette théorie essentiellement provisoire.

Rowland (³) adopte la théorie électromagnétique de la lumière; les vitesses des particules d'éther sont alors les courants, les forces élastiques deviennent des forces électromotrices. Il trouve qu'il suffit d'ajouter aux forces électromotrices, induites par les variations des courants, une force perpendiculaire au courant, dirigée dans le plan d'onde et proportionnelle au courant et à la composante, suivant le rayon, de la force magnétique. M. Rowland rapproche l'existence de cette force électromotrice, dans le milieu transparent, du phénomène de Hall, qui paraîtrait indiquer que, dans les corps conducteurs, un champ magnétique *permanent* induit une force électromotrice. Mais cette interprétation a été mise en doute, notamment par MM. Leduc et Righi, qui ont montré qu'une hétérotropie spéciale du conducteur sous l'influence du champ magnétique était la meilleure explication des faits observés, et qu'il n'était pas nécessaire de modifier les énoncés reçus des lois de l'induction ou de l'état permanent des courants.

Je me suis proposé de chercher, dans les idées de Fresnel, une explication du pouvoir rotatoire magnétique. Pour Fresnel, la matière pondérable participe dans une certaine mesure, variable avec la longueur d'onde, au mouvement lumineux. Cette participation a été mise hors de doute, indépendamment de toute hypothèse sur la nature de la lumière, par les expériences de M. Fizeau sur l'entraînement des ondes lumineuses par la matière pondérable en mouvement. D'autre part, dans un champ magnétique, chaque

---

(¹) *Philosophical Magazine*, juin 1846.

(²) *Traité d'Électricité et de Magnétisme*, t. II, § 822.

(³) *Philosophical Magazine*, avril 1881; Mascart et Joubert, *Traité d'Électricité*, t. I, p. 702 et suiv.

molécule devient un petit aimant dont l'axe, en l'absence de tout mouvement lumineux, est dirigé comme la force magnétique.

Théorie proposée. — Pendant la propagation du mouvement lumineux, on doit donc supposer dans le milieu transparent de petits aimants disséminés et participant à ce mouvement. Si le rayon lumineux est perpendiculaire à la direction du champ, ces petits aimants, dont l'axe magnétique est dans le plan d'onde, se déplacent parallèlement à eux-mêmes, sans que leur axe magnétique change de direction, sans que leur moment magnétique varie, et leur mouvement n'induit aucune force électromotrice dans le milieu ambiant; la propagation de la lumière, considérée comme une perturbation électromagnétique, n'est pas altérée.

Mais, si le rayon lumineux est dirigé suivant la force du champ, l'axe magnétique doit osciller dans le plan passant par le rayon et la vibration; sa direction change donc périodiquement, ainsi que les composantes de son mouvement magnétique, et des forces électromotrices perpendiculaires au plan dans lequel se meut cet axe sont induites; par conséquent, dans la théorie électromagnétique, il convient d'ajouter aux forces électromotrices induites par les courants du milieu ambiant (c'est-à-dire aux forces élastiques de la théorie ordinaire des ondulations) une force perpendiculaire à la vitesse, située dans le plan d'onde, périodique et proportionnelle à la vitesse angulaire des petits aimants, ce qui entraînera la rotation du plan de polarisation.

Ce résultat, à peu près évident *a priori*, peut s'établir par le calcul; celui-ci conduit, pour les équations qui déterminent les déplacements ξ et η rapportés à deux axes coordonnés dans le plan d'onde, aux formes suivantes, en représentant par K le pouvoir spécifique inducteur du milieu, Kμ le carré de l'indice, ωM le moment magnétique de la substance par unité de volume, γ le cosinus de l'angle des rayons lumineux et de la force magnétique et enfin h une constante spéciale dont la valeur dépend de la participation du milieu pondérable au mouvement lumineux :

$$\frac{\partial^2\xi}{\partial z^2} = \mathrm{K}\left(\mu\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} - \omega \mathrm{M} h\gamma\frac{\partial^2\eta}{\partial z^2}\right),$$

$$\frac{\partial^2\eta}{\partial z^2} = \mathrm{K}\left(\mu\frac{\partial^2\eta}{\partial t^2} + \omega \mathrm{M} h\gamma\frac{\partial^2\xi}{\partial z^2}\right).$$

Ces équations expriment que les rayons circulaires de sens inverse se propagent avec des vitesses différentes ou que le milieu possède le pouvoir rotatoire. Ce pouvoir doit être, toutes choses égales d'ailleurs, proportionnel

à $M\gamma$, ou à la composante, suivant le rayon lumineux, de la force magnétique : c'est la *loi de Verdet.*

La théorie électromagnétique de la lumière établit donc un lien entre les expériences de M. Fizeau et la découverte de Faraday.

ÉLECTRICITÉ.

Mesure de l'énergie consommée dans un appareil électrique.

Journal de Physique, t. X; 1881.

On connait les moyens de mesurer l'énergie consommée dans les appareils électriques, lampes ou moteurs, actionnés par des courants continus, au Congrès international des Électriciens en 1881. Sir William Thomson a déclaré qu'il ne connaissait aucune méthode propre à mesurer cette énergie pour les appareils alimentés par des courants alternatifs; j'ai cherché à combler cette lacune et indiqué une méthode rigoureuse, toutes les fois que le régime de l'appareil est périodique et régulier.

Le principe de la méthode consiste dans l'emploi simultané de deux électromètres ; mais on peut aussi opérer avec un seul électromètre et faire deux mesures successives. Si l'on dispose de deux électromètres, on relie les paires de quadrants de chacun d'eux à deux points du circuit séparés par une résistance connue et dénuée de self-induction, ou dont la self-induction est négligeable, tandis que les aiguilles des deux instruments sont respectivement reliées aux deux bornes de l'appareil; la différence des indications, réduite à la valeur qu'elle aurait si les deux appareils étaient identiques, donne la mesure de l'énergie dépensée. Si l'on ne dispose que d'un électromètre, on mettra son aiguille successivement en communication avec les deux bornes, et la différence des indications donne encore l'énergie dépensée. Si Δ est cette différence, δ_1 la déviation de l'électromètre quand l'aiguille et une paire de quadrants sont à l'un des pôles d'une pile, et l'autre paire reliée à l'autre pôle (méthode de M. Joubert), l'énergie

consommée est $\frac{\delta}{\delta_1}\frac{E^2}{R}$ en watts, E est la force électromotrice de la pile en volts et R la résistance en ohms.

Cette méthode a été employée dans les expériences du Jury de 1881.

Sur les machines à courants continus.

Journal de Physique, 2e série, t. I, p. 389.

J'ai résumé dans ce travail le Rapport que j'avais dû faire au nom du Jury chargé de l'examen des machines dynamo-électriques; c'est une description systématique des divers types de machines qui ont figuré à l'Exposition de 1881 et qui étaient, sauf deux ou trois, inconnus en France avant cette époque.

Expériences faites à l'Exposition d'Électricité.

Annales de Chimie et de Physique; 1883.

Les expériences dont il est rendu compte dans ce travail ont été exécutées en 1881; elles avaient pour but de réunir un ensemble de données numériques sur les différents appareils exposés, plus particulièrement sur les différents modes d'éclairage et les accumulateurs.

Un Comité spécial, dont M. Tresca était président, avait été chargé de cette mission par le Jury de l'Exposition; tous les résultats ont été recueillis et mis en ordre par MM. Allard, Le Blanc, Joubert, Potier et Tresca, au nom desquels le travail a été publié. M. Tresca s'était chargé des mesures mécaniques, MM. Allard et Le Blanc de la Photométrie, M. Joubert et moi de l'installation des appareils de mesures électriques et de ces mesures elles-mêmes. Les expériences ont porté sur des machines à courants continus et alternatifs, alimentant soit des arcs voltaïques, soit des lampes à incandescence, sur la charge et la décharge des accumulateurs, et enfin sur une transmission de travail par l'emploi de deux machines.

Ce travail, joint au Rapport sur les machines, fait connaître l'état de l'industrie électrique en 1881.

Sur la théorie du contact.

Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. CVIII, p. 730.
Journal de Physique, 2 série, t. IV, p. 220; t. VIII, p. 225.

Soit un condensateur formé de deux plateaux métalliques, de nature différente, par exemple de zinc et de cuivre, réunis par un fil de cuivre; on sait que des charges électriques s'accumulent sur les deux plateaux en regard, et que ces charges sont d'autant plus fortes que les plateaux sont plus rapprochés : les attractions réciproques de ces charges produisent du travail mécanique lorsqu'on laisse les plateaux se rapprocher; on peut donc concevoir une machine fondée sur le jeu de ces actions réciproques, et, si la grandeur de ces attractions dépend non seulement de la distance des plateaux, mais aussi de la température, transformer indéfiniment de la chaleur en travail par le jeu de cette machine.

L'application des principes de la Thermodynamique à une semblable machine donne la valeur de la quantité de chaleur q à fournir à l'ensemble quand on rapproche les plateaux, à température constante, de manière que la charge du condensateur augmente de l'unité d'électricité. Si V est la différence de potentiel des deux plateaux, cette quantité de chaleur, mesurée en unités mécaniques, est $T\frac{\partial V}{\partial t}$. D'un autre côté, on sait que cette différence de potentiel est la mesure du travail extérieur et du travail électrique demandé par la nouvelle distribution des charges sur les plateaux.

Par conséquent, si V est différent de $T\frac{\partial V}{\partial t}$, il faut qu'une source étrangère d'énergie vienne combler la différence. L'influence de la température sur la différence de potentiel n'ayant pas été étudiée expérimentalement, je l'ai étudiée, et j'ai trouvé que cette influence était sensiblement nulle; de sorte que $V - T\frac{\partial V}{\partial t}$ est très voisin de Y, et que la différence de potentiel mesure très approximativement la dépense d'énergie du système, dépense d'énergie qui est incompatible avec l'existence d'une force électromotrice due au simple contact des métaux.

Expériences — J'ai mesuré, par la méthode d'opposition qui avait donné entre les mains de M. Pellat des résultats très précis, la différence de potentiel entre une lame de cuivre et une lame de zinc, renfermées dans un large tube de verre, où le vide avait été fait et maintenu pendant plusieurs

semaines; une bande de fer fixée à la lame de zinc permettait d'écarter ou de rapprocher celle-ci de la plaque de cuivre en manœuvrant un aimant extérieur.

Les mesures, prises à des températures qui ont varié de 4° à 30°, ont donné des résultats qui ne se sont pas écartés de plus d'un centième de leur valeur moyenne $0^{\text{volt}},75$, tandis que la variation aurait dû atteindre $0^{\text{volt}},07$, si la différence de potentiel était proportionnelle à la température absolue, ou si l'énergie des lames était indépendante de leur charge.

Théorie. — Il est donc vraisemblable que l'énergie d'un métal en contact avec l'air varie avec la charge de ce métal; cette énergie, ou au moins la part qui en revient à la couche superficielle de ce métal, est, par unité de surface, une fonction $M(\varepsilon)$ de la densité électrique ε; si, dans une première approximation, on néglige les phénomènes thermiques qu'on peut englober sous le nom d'*effet Peltier*, la perte d'énergie du système correspondant au passage d'une unité d'électricité du métal M' au métal M sera la différence apparente des potentiels, et l'on aura

$$\frac{dM}{d\varepsilon} - \frac{dM'}{d\varepsilon'} = V,$$

en représentant par $M'(\varepsilon')$ l'énergie par unité de surface du métal M' quand la densité électrique y est ε'.

L'expérience indique que V est, dans certaines limites au moins, indépendant des charges; il en résulte que, pour les métaux, les dérivées dont la différence est V sont sensiblement constantes; mais rien n'autorise à supposer qu'il en soit ainsi pour un conducteur électrolysable.

Lorsqu'une lame métallique M est plongée dans un liquide L et se polarise, sous l'action d'une force électromotrice étrangère, insuffisante pour déterminer la décomposition de l'électrolyte et le passage du courant, une certaine quantité d'électricité s'accumule sur sa surface, et une quantité égale d'électricité de signe contraire s'accumule dans le liquide au voisinage de cette surface; l'arrivée de l'unité d'électricité dans le liquide détermine donc une perte d'énergie

$$\frac{dM}{d\varepsilon} - \frac{dL(\varepsilon')}{d\varepsilon'} = P :$$

telle est donc la valeur de la force électromotrice de la surface de contact du liquide et du métal, ε et ε' ayant des valeurs égales et de signe contraire.

Soit S la surface de contact du mercure et du liquide L; on peut encore écrire son énergie $(T+P\varepsilon)S = US$, si T désigne la tension superficielle; T et P ne sont fonctions que de ε, et l'on doit avoir

$$\frac{dU}{d\varepsilon} = P; \qquad \text{d'où} \qquad dT + \varepsilon\, dP = 0,$$

ainsi que l'a démontré M. Lippmann (¹). M. Lippmann a donné également, à un facteur constant près, dont la détermination expérimentale est facile, la relation entre les variations de T et celles de P; on a vu d'ailleurs que $\frac{dM}{d\varepsilon}$ est indépendant de la charge; par suite, les valeurs de $\frac{dP}{d\varepsilon}$, qu'on peut déduire de l'observation des tensions superficielles T sous l'influence de forces électromotrices P connues, font connaître $\frac{d^2L}{d\varepsilon^2}$; si l'on convient de représenter par $f(\varepsilon)$ une fonction de la densité superficielle, et s'annulant avec elle, et dont la dérivée soit égale à celle de P, on pourra donc poser $P = m - l + f(\varepsilon)$, en désignant par m et l deux constantes spécifiques du métal et du liquide, et par $f(\varepsilon)$ une fonction de la densité superficielle dont la valeur numérique est connue, et qui est la même (²) pour un grand nombre de dissolutions aqueuses.

Vérifications expérimentales. — Il résulte de cette formule que la capacité de polarisation d'une électrode, qui est l'inverse de $f'(\varepsilon)$, ne dépend que de la densité électrique à la surface de cette électrode; donc, pour deux électrodes de même métal plongées dans un liquide L et sur l'une desquelles la densité ε reste pratiquement invariable et égale à α, elle ne dépendra que de la polarisation $f(\varepsilon) - f(\alpha)$ de l'ensemble; c'est la loi énoncée par M. Blondlot (³). L'autre loi, d'après laquelle la capacité initiale est indépendante du sens de la polarisation, est une conséquence immédiate de la continuité de $f(\varepsilon)$ et de ses dérivées. De plus, si l'on considère deux métaux différents, pour lesquels la valeur de la densité normale α au contact du même électrolyte est différente, les valeurs des forces de polarisation relative à des charges ε égales et, par suite, à des capacités égales de polarisation, ne différeront que par une constante, c'est-à-dire que, si l'on construit pour

(¹) *Annales de Chimie et de Physique*; 1875.
(²) Lippmann, *Journal de Physique*, 1re série, t. VII, p. 213.
(³) *Thèse* et *Journal de Physique*, 1re série, t. X, p. 333.

un métal quelconque et un électrolyte quelconque la courbe liant les polarisations aux charges, la forme de cette courbe sera la même, l'origine des coordonnées étant seulement déplacée. Cette conséquence mérite une étude expérimentale spéciale; mais elle paraît déjà vérifiée partiellement lorsque l'on compare la courbe obtenue par M. Blondlot pour le platine avec celle qu'on peut déduire des nombres donnés par M. Lippmann.

Enfin une dernière vérification, qui touche spécialement à la théorie du contact, se déduit des expériences de M. Pellat [1]; si deux métaux sont plongés dans un même liquide et que les densités électriques sur ces métaux soient ε et ε', la polarisation de l'ensemble, facile à mesurer par la méthodo d'opposition, est $m - m' + f(\varepsilon) - f(\varepsilon')$ si m et m' désignent respectivement les coefficients $\frac{dM}{d\varepsilon}$, $\frac{dM'}{d\varepsilon'}$ pour ces deux métaux; lorsque, par un artifice expérimental, on rend ε et ε' nuls, il reste $m - m'$, c'est-à-dire la différence apparente de potentiel dans l'air; or M. Pellat trouve, pour le zinc et le mercure dans le sulfate de zinc, $m - m' = 0^{\text{volt}},52$, nombre qui ne diffère pas sensiblement de celui qu'on déduit des expériences de Hankel pour la différence apparente de potentiel entre le zinc et le mercure dans l'air.

Détermination de l'équivalent électrochimique de l'argent.
(En commun avec M. Pellat.)

Bulletin des séances de la Société de Physique; 1889.

L'électrodynamomètre absolu de M. Pellat permet de rapporter, avec une très grande précision, l'intensité d'un courant à l'unité théorique (C. G. S.). Nous nous sommes proposé de déterminer avec cet appareil le poids d'argent proposé, par seconde, dans un courant d'intensité électromagnétique connue. Le courant produit par 20 éléments Daniell passait dans des résistances métalliques, assez élevées pour réduire son intensité à un dixième d'ampère environ, et dans un voltamètre à azotate d'argent. Parmi ces résistances, se trouvait une série R de résistances en fil de métal nickelifère dit XXX, de $0^{\text{cm}},08$ de diamètre, dont le coefficient de variation avec la température était connu, et d'ailleurs très faible, 0,00022, plongées dans du pétrole, puis un rhéostat de Wheatstone, perfectionné par M. Ducretet; une dériva-

---

[1] *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CVIII, p. 667.

tion était prise aux extrémités des résistances R et contenait un électromètre Lippmann et un élément à sulfate de mercure (plongé dans un vase plein d'eau, et dont la température était mesurée par un thermomètre plongeant dans la dissolution de sulfates de zinc et de mercure) en opposition; le courant était réglé avec le rhéostat, de manière à maintenir au zéro le mercure dans l'électromètre. Le voltamètre était rempli d'une dissolution de nitrate d'argent à 15 pour 100, l'anode formée d'une espèce de dé en argent, de $2^{cm},6$ de diamètre, plongeant de 4^{cm} dans le bain; la cathode d'une lame cylindrique d'argent, concentrique à l'anode, de 5^{cm} de diamètre, et plongeant de 5^{cm} dans le liquide; les surfaces utiles étaient donc 43^{cq} pour l'anode et $78^{cq},5$ pour la cathode.

D'autre part, l'élément à sulfate de mercure était taré par comparaison avec l'électrodynamomètre absolu : le dispositif était analogue au précédent; la même pile fournissait un courant dont le circuit comprenait l'électrodynamomètre, une des résistances R et le rhéostat; l'élément était placé en opposition dans une dérivation comprenant l'électromètre. Le courant était réglé avec le rhéostat de manière à maintenir le mercure au zéro, et mesuré pendant ce temps à l'électrodynamomètre; si I est l'intensité du courant, r la résistance, la force électromotrice de l'élément est rI, et le courant qui a servi à l'électrolyse est $\frac{rI}{R}$: le rapport $\frac{r}{R}$ mesuré à plusieurs mois d'intervalle est toujours resté le même à moins de $\frac{1}{10000}$; mais les erreurs provenant du réglage du courant peuvent s'élever à $\frac{1}{2000}$ au plus; d'autre part, M. Pellat a estimé l'erreur maximum possible sur la valeur absolue du courant, provenant de la construction de l'appareil à $\frac{1}{2000}$.

Les résultats de deux expériences, que la régularité du courant nous fait considérer comme bonnes, sont les suivants :

Coulombs.	Poids déposé.	Durée.
742,85	$0^{gr},8312$	6850^s
855,08	$0^{gr},8453$	6948^s

qui conduisent respectivement à $1^{mgr},1180$, $1^{mgr},1195$ pour le poids déposé par un ampère dans une seconde.

Les nombres donnés antérieurement sont :

Kohlrausch	1,1183
Rayleigh	1,118
Mascart	1,1156
Pellat et Potier	1,1192

Expériences sur la mesure électrochimique des courants.

Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. CVIII, p. 396.

Les sels mercureux sont ceux dans lesquels l'équivalent électrochimique du métal est le plus élevé; à ce titre, ils paraissent préférables à tous les autres pour la mesure électrochimique d'un courant. L'expérience montre que leur électrolyse est irrégulière, et que les rapports des poids d'argent et de mercure, déposés par le même courant, cst variable. En étudiant les diverses manières de recueillir le métal déposé, soit sur du mercure, soit sur un métal, on a observé que la même force électromotrice donnait lieu à un dégagement d'hydrogène sur le métal non amalgamé; les cathodes recouvertes d'hydrogène sont d'ailleurs, comme on le sait, très aptes à l'amalgamation, et il suffit pour produire celle-ci de les plonger dans le mercure qui sert d'anode.

On peut observer aussi, avec une force électromotrice dépassant 3 volts, qu'une cathode qui a subi une légère amalgamation et ne dégage plus de gaz peut en dégager de nouveau si on l'expose à l'air quelques instants, et qu'on la replonge dans le liquide sans l'avoir détachée du pôle de la pile. Ces faits présentent une certaine analogie avec ceux étudiés par M. Gernez dans ses études sur l'ébullition.

Ils sont insuffisants pour expliquer l'irrégularité de l'électrolyse sur une cathode de mercure, mais on observe que celle-ci est toujours très fortement polarisée; si l'on remplace, dans l'électromètre capillaire de M. Lippmann, l'eau acidulée par la dissolution de sel mercureux, en employant des forces électromotrices inférieures à 2 daniells, les mouvements du mercure accusent nettement cette polarisation; pour des forces électromotrices plus élevées, le liquide, se renouvelant mal dans le tube capillaire, s'appauvrit en mercure et des bulles apparaissent au bout de peu de temps. Il paraît vraisemblable que cette polarisation, incomparablement plus forte que celle des électrodes d'argent ou de cuivre dans les sels de ces métaux, est la cause de l'irrégularité de l'électrolyse.

Le liquide employé dans ces expériences était une solution, saturée à la température ordinaire, d'azote mercureux, contenant 68^{gr} par litre, neutre et ne contenant pas de sel mercurique.

Sur la réaction d'induit dans les machines dynamo-électriques.

Congrès international des Électriciens, p. 291; Paris, 1889.

La réaction d'induit est la diminution qu'éprouve la force électromotrice d'une machine lorsque le circuit extérieur est fermé, diminution croissante avec l'intensité du courant ou le débit de la machine. Cette réaction limite la puissance de la machine et croît très rapidement avec l'intensité; sa cause était restée douteuse pour les praticiens, dont la plupart faisaient intervenir la self-induction de l'induit. En mesurant le flux magnétique qui traverse diverses spires de cet induit lorsque le courant y passe, mais que la machine était en repos, j'ai trouvé que ce flux était indépendant du courant de l'induit et était entièrement déterminé par le courant inducteur pour les spires placées dans le plan neutre, correspondant à la position normale des balais à circuit ouvert, mais que pour toutes les autres spires il était augmenté, ou diminué, suivant le sens du courant qui parcourt l'induit, et que, sans erreur notable, on pouvait le considérer comme la somme algébrique des flux dus à l'inducteur seul et à l'induit seul; la diminution observée dans la force électromotrice a donc pour cause le déplacement ou décalage des balais, qui change la spire dont le flux est utilisé; on le démontre encore en compensant par des aimants extérieurs le champ magnétique de l'induit de manière à ramener les balais à la même place, la force électromotrice ne varie plus avec le débit. Il résulte des mêmes principes que la force contre-électromotrice d'une machine employée comme moteur augmente avec l'intensité. Les forces électromotrices, mesurées pendant le mouvement, concordent avec celles déduites de la mesure des flux au repos. La seule cause de la réaction d'induit est donc la dissymétrie introduite par le calage des balais.

THERMODYNAMIQUE.

Sur le principe d'Hamilton et la Théorie mécanique de la chaleur.

Journal de Physique, t. I, p. 339.

A propos d'une Note de M. Szily, je montre que les calculs dont M. Clausius a fait usage pour établir rationnellement le second principe de la Théorie mécanique de la chaleur ne sont autres que ceux qui servent à la démonstration du principe d'Hamilton.

Sur les mélanges réfrigérants et le principe du travail maximum.

Journal de Physique, t. V; 1886.

M. Berthelot a fondé la Thermochimie sur trois principes : les deux premiers, concernant les quantités de chaleur mises en jeu dans les réactions chimiques, se rattachent sans difficulté au principe de la conservation de l'énergie, tandis que le troisième, ou principe du travail maximum, en est complètement indépendant. M. Berthelot l'a énoncé ainsi : « Tout changement chimique accompli sans l'intervention d'une énergie étrangère tend vers la production du corps, ou du système de corps qui dégage le plus de chaleur », et l'a soumis à de nombreuses vérifications expérimentales. Ce principe est quelquefois d'une application plus difficile que les premiers, à cause des énergies étrangères (sous ce nom M. Berthelot entend la chaleur, la lumière, l'énergie de désagrégation développée dans la dissolution) qui entrent en jeu. D'autre part, les principes de la Thermodynamique sont d'une généralité absolue, et s'appliquent aux phénomènes chimiques, comme aux phénomènes physiques. Je me suis proposé de chercher s'il n'existait pas un lien entre le principe du travail maximum et le second principe de la Thermodynamique.

La réaction la plus simple, en opposition apparente avec le principe de M. Berthelot, est celle de l'acide sulfurique étendu sur la glace; la théorie physique de cette réaction et des mélanges réfrigérants formés de glace et d'un sel en général est fort simple; elle repose sur le principe expérimental

dit *de la paroi froide*. L'équilibre de température ne peut être atteint que lorsque la tension de la vapeur émise par la glace est égale à celle de la vapeur émise par la dissolution saline; à une température inférieure à celle de l'équilibre, la tension de vapeur de la glace serait plus faible, et la masse se réchaufferait par la condensation à l'état de glace de la vapeur émise par le liquide; à une température plus élevée, au contraire, la masse se refroidit par la condensation à l'état liquide de la vapeur émise par la glace, la condensation dégageant dans ce cas moins de chaleur que la vaporisation.

Or le principe de la paroi froide n'est que l'application à un cas très particulier du théorème de Clausius; j'ai montré qu'on pouvait imaginer des cycles fermés isothermes dans lesquels entre la vaporisation de la glace ou du liquide, et que, suivant la température à laquelle on opère, l'une ou l'autre de ces opérations est impossible.

Un raisonnement identique s'applique à des réactions chimiques convenablement choisies : si, par exemple, deux composés AB, BC sont dissociables à la température t, que la tension de dissociation de l'élément B soit p_1 pour le composé AB, p_2 pour le composé BC, le composé BC sera totalement décomposé par le corps A à la température t, si l'on a $p_1 < p_2$; et il ne subsistera que le composé AB dont la tension de dissociation est la plus faible; de sorte que, si les courbes de dissociation, qui représentent la tension de dissociation en fonction de la pression, se coupent, le sens de la réaction sera modifié, et la réaction réelle sera tantôt endothermique, tantôt exothermique.

Ces exemples sont choisis dans des conditions très différentes de celles où le principe du travail maximum peut être appliqué sans restriction; si au contraire on se rapproche des conditions énoncées par M. Berthelot, si l'on peut négliger, devant la grandeur de la chaleur dégagée par une réaction, et le travail extérieur et les variations de cette chaleur avec la température, les principes de la Thermodynamique conduiront aux mêmes conséquences que le principe du travail maximum.

Dans l'état actuel de la Science, l'application de ces principes suppose qu'il est possible de faire parcourir aux matières réagissantes un cycle fermé, c'est-à-dire qu'il est possible par l'emploi de moyens physiques de ramener les éléments qui se sont combinés à l'état de liberté, ce qui est souvent possible à l'aide d'une élévation de température : je démontre alors que, si T_0 est la température à laquelle une réaction est possible, et T_1 la température à laquelle une réaction inverse peut être produite, le produit

$Q(T_1 - T_0)$ doit être positif, en désignant par Q la quantité de chaleur dégagée par la réaction qui a lieu à la température T_0; de sorte qu'une réaction dégageant de la chaleur pourra se produire, tandis que la réaction inverse sera impossible, à condition que la température de dissociation soit plus élevée que celle à laquelle on opère; c'est-à-dire que le principe du travail maximum est intimement lié à ce fait que des températures élevées sont généralement nécessaires pour produire les décompositions.

TRAVAUX DIVERS.

COURS LITHOGRAPHIÉ DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

Ce Cours, composé de soixante et une Leçons, embrasse la Thermodynamique, le Magnétisme, l'Électricité, l'Acoustique et l'Optique. Il est surtout expérimental, et c'est sans avoir recours à des développements mathématiques, qui seraient déplacés dans cet enseignement, que j'ai cherché à présenter, sous une forme aussi rigoureuse et aussi simple que possible, les liens qui rattachent entre elles les lois physiques établies et vérifiées par l'expérience, en insistant particulièrement sur celles dont la connaissance est utile pour comprendre et développer les applications de la Physique.

PUBLICATIONS RELATIVES A LA PHYSIQUE.

Mémoires publiés par la Société de Physique.

Tome I : Mémoires de Coulomb.

J'ai été chargé par le Conseil de la Société de Physique de la publication des Mémoires de Coulomb, à laquelle j'ai ajouté une Note relative à l'attraction des sphères électrisées.

Traité d'Électricité et de Magnétisme de Maxwell.

J'ai contribué, avec MM. Cornu et Sarrau, à la publication de la traduction, par M. Seligmann-Lui, de l'Ouvrage de Maxwell; les Notes que j'ai ajoutées sont les suivantes :

1° Sur les sphériques harmoniques. — Exposé sommaire des différents modes de calcul et de classification des fonctions de Laplace.

2° Sur la réflexion des ondes électromagnétiques. — Le problème de la réflexion des ondes électromagnétiques à la surface de séparation de deux diélectriques, ou d'un diélectrique et d'un conducteur, est résolu dans cette Note par la méthode appliquée à la réflexion de la lumière; on montre, cependant, qu'on arrive au même résultat en s'appuyant sur les lois de l'induction, et en étudiant l'état de la surface de séparation.

3° Sur le pouvoir rotatoire magnétique. — Cette Note a été analysée plus haut.

4° Sur l'électromètre absolu. — L'électromètre absolu de Sir W. Thomson permet de mesurer la différence de potentiel entre deux conducteurs par leur attraction réciproque; une formule très simple lie ces deux quantités quand on néglige la largeur du sillon qui sépare le plateau attiré de son anneau de garde, et qu'on suppose le plateau et l'anneau de garde rigoureusement dans le même plan. J'ai donné dans cette Note les formules plus complètes qui déterminent cette attraction en tenant compte de ces éléments, ainsi que du rayon du plateau.

Propagation de la chaleur et distribution de l'électricité.

Journal de Physique, 1re série, t. I; 1872.

Démonstration élémentaire des propriétés communes au potentiel électrique dans les milieux isolants, et à la température dans un milieu conducteur quand le régime permanent est établi.

Électrodynamique et induction.

Journal de Physique, 1re série, t. II; 1873.

Revue rapide des lois fondamentales de l'Électrodynamique et de l'induction; je montre que, à l'aide de considérations géométriques et en calculant le travail des forces au lieu de ces forces elles-mêmes, on peut arriver rapidement à une connaissance des lois numériques qui régissent ces phénomènes, suffisante pour l'intelligence des méthodes actuelles de mesure, et plus complète que ne le permettait la lecture des Traités classiques de cette époque.

PUBLICATIONS RELATIVES A LA GÉOLOGIE.

Cartes géologiques.

Attaché depuis 1867 au Service de la Carte géologique détaillée de la France, j'ai publié, à ce titre, les quatorze feuilles suivantes, au 80000e : Lille, Saint-Omer, Dunkerque, Montreuil, Arras, Douai, Provins, Sens, Auxerre, Clamecy, Tonnerre, Chartres, Châteaudun, Antibes.

Exploration du pas de Calais (1876-1877).

(En commun avec M. de Lapparent.)

Lorsqu'on proposa de relier la France et l'Angleterre par un tunnel sous-marin, on reconnut que les renseignements fournis par l'étude des falaises étaient insuffisants pour décider s'il était possible de maintenir le tunnel dans une couche imperméable sans que le tracé présentât des inflexions gênantes pour l'exploitation. Il fut décidé de procéder à une exploration géologique du fond du détroit, et la Compagnie chargea M. Larousse, ingénieur hydrographe, M. de Lapparent et moi de cette étude, qui a permis de dresser une Carte géologique du pas de Calais.

Sur les failles de l'Artois. — Sur la transgressivité du terrain houiller sur le terrain carbonifère dans le nord de la France.

Association française pour l'avancement des Sciences; Lille, 1874.

Géologie du Var et des Alpes-Maritimes.

Bulletin de la Société géologique de France, 3e série, tomes V, VI et VII.

Notes sur la composition minéralogique, le gisement et l'âge des roches éruptives de cette région, ainsi que sur l'âge d'un certain nombre d'assises sédimentaires, permiennes, triasiques, jurassiques et tertiaires dont la classification était restée inconnue ou incertaine jusqu'alors. Mes conclusions ont été vérifiées et acceptées par la Société géologique, que j'ai été chargé de guider dans sa réunion extraordinaire à Fréjus et à Nice (1877).

17797 Paris. — Imprimerie Gauthier-Villars et fils, quai des Grands-Augustins, 55.